



УНИВЕРСИАДА ВМК МГУ

Уважаемые участники!

Предлагаем Вашему вниманию примерные задания Универсиады ВМК МГУ.

Примеры задач с тестовым выбором ответа (на 5-6 минут)

1. Пример задачи по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»:

Сколько всего существует базисов двумерного векторного пространства над полем из двух элементов.

Варианты ответов:

- А) 2
- Б) 3
- В) 5
- Г) 6

Ответ: Г

2. Пример задачи по дисциплине «Алгоритмы»:

За какое минимальное количество сравнений можно упорядочить по невозрастанию массив из 5 чисел.

- А) 6
- Б) 7
- В) 9
- Г) 12

Ответ: Б



Примеры задач со свободным вводом ответа (на 5-6 минут)

1. Пример по дисциплине «Параллельные вычисления»:

Пусть дана параллельная система с 4 вычислительными устройствами. Пусть доля операций программы, которые необходимо выполнять последовательно, равна $f = 1/5$ (доля понимается по времени выполнения операций). Оцените сверху, какое ускорение S может быть получено при распараллеливании программы на компьютере из 4 процессоров при данном значении f . Полученную оценку введите в поле ответа в десятичной форме записи, разделив целую и дробную часть запятой.

Ответ: 2,5

Комментарий: по закону Амдала $S \leq \frac{1}{f + \frac{1-f}{p}}$, где p – число процессоров.

2. Пример задачи по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»:

В городе в сумерках произошло дорожно-транспортное происшествие (ДТП) и виновник скрылся. Но был свидетель ДТП, который утверждает, что машина виновника ДТП была зеленого цвета. Известно, что в городе машины двух цветов – зеленого и синего. Причем синих в 9 раз больше, чем зеленых. Найдите вероятность правильности показаний свидетеля, если известно, что он правильно определяет цвет машины в 80% случаев. В ответе укажите две цифры после запятой в десятичной записи числа ответа (без округлений).

Ответ: 30



Примеры задач со свободным вводом ответа (время решения - 15-20 минут)

1. Пример задачи по дисциплине «Информационная безопасность, криптография»:

Для шифрования SMS-сообщений использовался следующий способ. Выбиралось секретное осмысленное трёхбуквенное слово. Каждый пробел в сообщении заменялся очередной буквой секретного слова: первый – на первую, второй – на вторую, третий – на третью, четвёртый – снова на первую и т.д. Затем полученная цепочка букв набиралась на клавиатуре с использованием интеллектуального ввода (по типу T9). При этом при вводе каждой буквы осуществлялось лишь однократное нажатие соответствующей клавиши (см. рис.), а программа интеллектуального ввода выбирала слово из словаря по следующему принципу: 1-я буква слова выбиралась с 1-й нажатой клавиши, 2-я – со второй и т.д. Полученные таким образом осмысленные слова разделялись запятыми и передавались. Найдите исходное сообщение, соответствующее написанному на экране (Рис. 1).

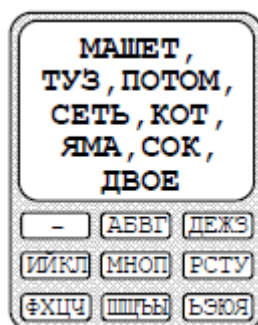


Рис. 1

Ответ запишите в поле ответа прописными (большими) русскими буквами. Между словами – 1 пробел. В конце точку не ставьте.

Ответ: НАШЕ СУДНО ПОТЕРЯЛОСЬ В ОКЕАНЕ

Комментарий: Подсчитав частоты встречаемости столбцов с буквами, находящимися на одной клавише, получаем, что самыми частыми будут столбцы с буквами М,Н,О,П и Р,С,Т,У. Поэтому, можно предположить, что буквы из парольного слова находятся среди выписанных выше букв и в некоторых местах текста являются пробелами. Далее, можно предположить, что первый пробел стоит на 5-ой позиции (на первой позиции пробел стоять не может) и тогда читается слово НАШЕ. Далее разбор продолжается аналогично.



УНИВЕРСИАДА ВМК МГУ

2. Пример задачи по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»:

Если один человек тратит в очереди одну минуту на ожидание, будем говорить, что бесцельно затрачена одна человеко-минута. В очереди в банке стоит восемь человек, из них пятеро планируют простые операции, занимающие 1 минуту, а остальные планируют длительные операции, занимающие 5 минут. Найдите математическое ожидание количества бесцельно затраченных человеко-минут, при условии, что клиенты встают в очередь в случайном порядке.

Ответ: 70

Примеры задач со свободной формой ответа (для ручной проверки) (на 15-20 минут)

1. Пример по дисциплине «Теория алгоритмов»:

Дан массив A длины $(n+1)$, содержащий натуральные числа от 1 до n . Найти любой повторяющийся элемент за время $O(n)$, не изменяя массив и не используя дополнительной памяти (константы при этом заводить можно).

Комментарий: подход к решению описан в статье

<http://habrahabr.ru/company/spbau/blog/235855/>

Критерий оценки:

- 1 балл – получено решение с изменением массива;
- 2 балла – верно описан алгоритм для нетривиального частного случая задачи;
- 3 балла – наличие полного корректного алгоритма решения поставленной задачи.



2. Пример задачи по дисциплине «Математическая физика»:

Рассмотрим смешанную задачу для полуограниченной струны:

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad t \geq 0, \quad x \geq 0, \quad u(0, x) = \varphi(x), \quad (u_x + \alpha u)|_{x=0} = 0,$$

где φ — гладкая функция с финитным носителем в положительной полуоси. Имеет ли отраженная волна задний фронт? То есть будет ли расстояние от носителя решения до прямой $x = 0$ неограниченно возрастать при $t \rightarrow \infty$?

Комментарий: Ответ отрицательный, это можно увидеть из явного представления для решения рассматриваемой задачи, которое нетрудно получить, если искать решение в виде $u = f(x - t) + g(x + t)$.

Критерий оценки:

- 1 балл – задача сведена к обыкновенному дифференциальному уравнению, решить которое не удалось;
- 2 балла – получено явное представление решения, но сделан неверный вывод или недостаточно обоснован верный ответ;
- 3 балла – наличие полного корректного решения и достаточного обоснования ответа.